CALCULO 2: Ejercicios resueltos

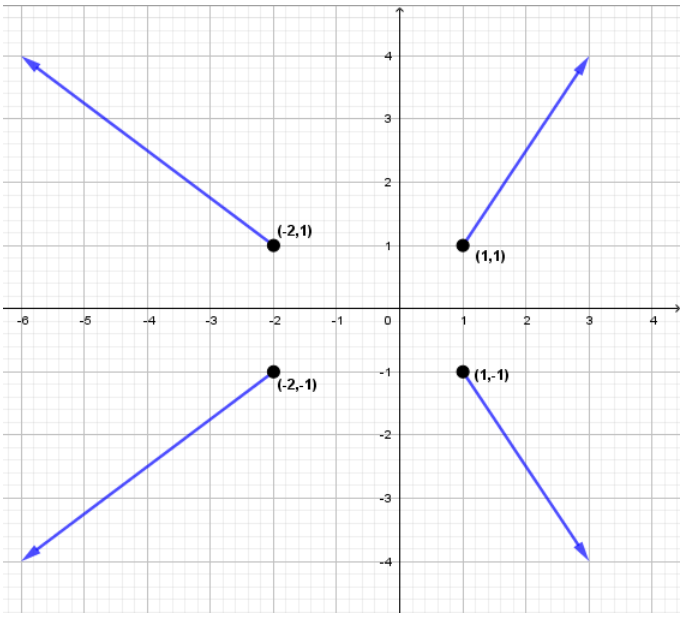
A continuación se presentan algunos ejercicios resueltos en relación a los temas trabajados en la sección 16.1 para que éstos sirvan de modelo a la hora de desarrollar los ejercicios propuestos.

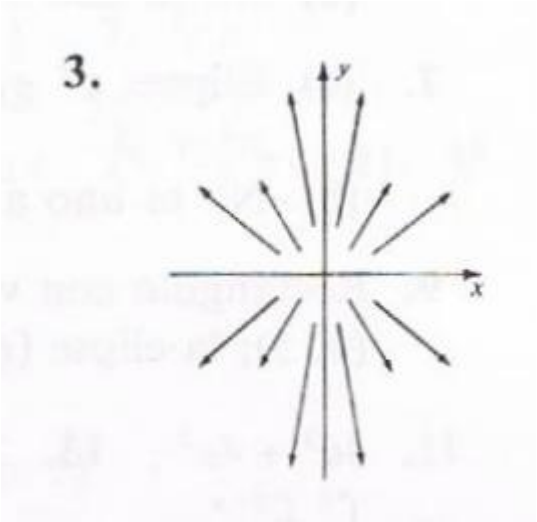
Ejercicio: Represente suficientes vectores para ilustrar el patrón o pauta que siguen los vectores del campo **F**: $\mathbf{F}(x,y) = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$

Tomamos puntos al azar de R^2. Es importante tomar puntos en todos los cuadrantes para tener una mejor idea del comportamiento del campo. Mientras más puntos tomemos, mejor. Calculamos el campo en cada uno de ellos:

(x,y)	$\mathbf{F}(x,y) = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$
$(1,1)$	$\langle 2,3\rangle = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
$(2,1)$	$\langle 4,3\rangle = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
$(-1,-1)$	$\langle -2,-3\rangle = -2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
$(-2,-1)$	$\langle -4,-3\rangle = -4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
$(1,-1)$	$\langle 2,-3\rangle = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
$(2,-1)$	$\langle 4,-3\rangle = 4\mathbf{i} - \mathbf{3j}$
$(-1,1)$	$\langle -2,3\rangle = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$
$(-2,1)$	$\langle -4,3\rangle = -4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

La idea para dibujarlo es la siguiente: marcamos el punto en el plano xy, y desde ahí nos movemos según lo indica el campo. Por ejemplo: marcamos $(1,1)$ y desde ahí nos movemos dos lugares en el eje de las x y 3 en el eje de las y (ya que el campo ahí es $\langle 2,3\rangle$); Luego marcamos el $(1,-1)$ y nos movemos 2 lugares en el eje de las x y retrocedemos 3 lugares en el eje de las y (ya que el campo aquí es $\langle 2,-3\rangle$) En el primer dibujo se muestran solo cuatro de los vectores obtenidos, a modo de ejemplificación. La otra figura es la que aparece en las soluciones del libro, con muchos más vectores dibujados.





Ejercicio: Encuentre un campo vectorial conservativo que tenga el potencial dado:

$f(x,y) = y^2 e^{-3x}$

Un campo vectorial **F** es conservativo si es el gradiente de una función escalar $f(x,y)$, es decir $\boldsymbol{F}(x,y) = \nabla f(x,y)$ para alguna $f(x,y)$ llamada función potencial.

En este caso ya nos dan la función potencial, por lo tanto, para hallar el campo pedido, debemos hallar el gradiente de $f(x,y)$:

$f_x(x,y) = -3y^2 e^{-3x}$; $f_y(x,y) = 2ye^{-3x}$

Entonces $\nabla f(x,y) = \langle -3y^2 e^{-3x}, 2ye^{-3x} \rangle = \mathbf{F}(x,y)$ es el campo vectorial pedido.

Equivalentemente, usando la notación con versores: $\mathbf{F}(x,y) = -3y^2 e^{-3x}\,\mathbf{i} + 2ye^{-3x}\,\mathbf{j}$