

Las superficies cuádricas son las contrapartes en tres dimensiones de las secciones cónicas en el plano. (Véase la sección 10.5 para un repaso de las secciones cónicas.)

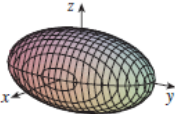
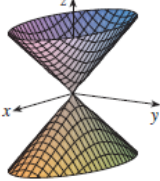
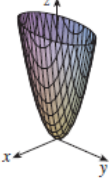
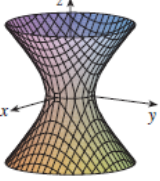
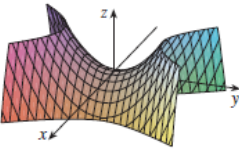
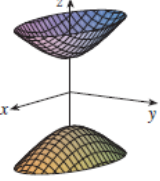
Una superficie cuádrica es la gráfica de una ecuación de segundo grado en tres variables x , y y z . La ecuación más general es

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

donde A, B, C, \dots, J son constantes, pero por traslación y rotación se puede llevar a una de las dos formas estándar

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + J = 0, \quad \text{o bien,} \quad Ax^2 + By^2 + Iz = 0$$

TABLA 1 Gráficas de superficies cuádricas

Superficie	Ecuación	Superficie	Ecuación
<p>Elipsoide</p> 	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ <p>Todas las trazas son elipses. Si $a = b = c$, la elipsoide es una esfera.</p>	<p>Cono</p> 	$\frac{z^2}{c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ <p>Las trazas horizontales son elipses. Las trazas verticales en los planos $x = k$ y $y = k$ son hipérbolas si $k \neq 0$ pero son pares de rectas si $k = 0$.</p>
<p>Paraboloide elíptico</p> 	$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ <p>Las trazas horizontales son elipses. Las trazas verticales son parábolas. La variable elevada a la primera potencia indica el eje del paraboloide.</p>	<p>Hiperboloide de una hoja</p> 	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ <p>Las trazas horizontales son elipses. Las trazas verticales son hipérbolas. El eje de simetría corresponde a la variable cuyo coeficiente es negativo.</p>
<p>Paraboloide hiperbólico</p> 	$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ <p>Las trazas horizontales son hipérbolas. Las trazas verticales son parábolas. Se ilustra el caso donde $c < 0$.</p>	<p>Hiperboloide de dos hojas</p> 	$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ <p>Las trazas horizontales en $z = k$ son elipses si $k > c$ o $k < -c$. Las trazas verticales son hipérbolas. Los dos signos menos indican dos hojas.</p>

Nota: Para repasar ejemplos numéricos de superficies cuádricas, considerar la sección 12.6 del libro de cabecera del curso. Además, estudiar también en dicha sección la definición, identificación y descripción de las superficies cilíndricas, y repasar en las secciones 12.5 y 12.1 los mismos ítems sobre superficies planas y esféricas, respectivamente.