

Álgebra I - Matemática I

PRÁCTICO 8: MATRICES

1. Indicar el orden de cada una de las siguientes matrices:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Considerando la matriz A , encontrar, en cada ítem, el número que se indica:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 7 & 10 \\ 2 & -3 & 1/2 & -9 \\ 1/4 & 5 & 11 & 27 \end{pmatrix}$$

a) a_{13}

b) a_{32}

c) a_{22}

d) $a_{11} + 5a_{31}$

e) $2a_{23} - 4a_{13}$

f) $a_{14} + 3a_{34} (a_{33})^2$

3. En cada caso, determinar los valores de las incógnitas:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ x & -y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} w+1 & 10+x \\ 3y-2 & x-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2x+1 \\ y-5 & 4z \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x^2 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 \end{pmatrix}$

4. Obtener la traspuesta de cada una de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 5 & 100 \\ 0 & 2 & 0 & 45 \\ 6 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$, calcular:

a) $A + B$

b) $A - B$

c) $6A^T - \frac{3}{2}B$

d) AB y BA

e) $-A + B^T A^2$

6. Dadas las siguientes matrices, efectuar todos los productos posibles entre ellas:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 10 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 4 & -2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \\ -5 & -15 & 0 \end{pmatrix}$$

Ayuda: incluyendo DD , son seis multiplicaciones.

7. a) Para cada una de las siguientes matrices, determinar si es inversible y, en caso de serlo, calcular su inversa:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -8 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

b) Verificar que $AA^{-1} = I_2$ y que $D^{-1}D = I_3$.

c) ¿Cuál es la matriz inversa de la matriz identidad?

8. Resolver la ecuación matricial

$$XA^T + XB = C$$

siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & 3 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 4 & 3 & 5 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

9. Resolver en forma matricial (utilizando matrices inversas) los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 0 \\ -2x + 3y = 15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 10x - 5y + 9z = 48 \\ y - z = -4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} w + x + y + z = 2 \\ x - y + w = -1 \\ 2y + z + w = 3 \\ x + z - w = 1 \end{cases}$

Interpretar geoméricamente los sistemas a), b), c) y sus soluciones.